

**本科生实验报告**

|  |  |
| --- | --- |
| **实验课程** | 数学建模 |
| **学院名称** | 数理学院 |
| **专业名称** | 数学与应用数学 |
| **学生姓名** | 。。。。 |
| **学生学号** | 202220010.。。。 |
| **指导教师** | 冯俊 |
| **实验地点** | C075-05-19 |
| **实验成绩** |  |

**二〇二四 年 三 月 二〇二四 年 五 月**

目 录

[案例一 包饺子中的数学 1](#_Toc162884162)

[一、问题重述 1](#_Toc162884163)

[二、模型建立 1](#_Toc162884164)

[三、模型求解过程和结果（程序或软件操作过程，截图并说明） 1](#_Toc162884165)

[四、模型分析与讨论 1](#_Toc162884166)

[案例二 包饺子中的数学 2](#_Toc162884167)

[一、问题重述 2](#_Toc162884168)

[二、模型建立 2](#_Toc162884169)

[三、模型求解过程和结果（程序或软件操作过程，截图并说明） 2](#_Toc162884170)

[四、模型分析与讨论 2](#_Toc162884171)

# 

# 案例一 价格指数模型

## 问题重述

在定义价格指数时如何构造权重%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
q
\]
\end{document}和%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
q^{0}
\]
\end{document}是关键之一，你认为应该如何确定权重.当然，你也可以定义不同于%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
I_1\sim I_8
\]
\end{document}的价格指数，并说明其含义和性质.

## 模型建立

在定义价格指数时，权重 %FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
q
\]
\end{document}和 %FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
q^0
\]
\end{document}的选择至关重要，因为它们直接影响指数的计算结果。一般来说，权重的确定可以基于以下几种方法：

1.消费支出法：权重%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
q
\]
\end{document}和 %FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
q^0
\]
\end{document}可以根据各类商品或服务在总消费支出中的占比来确定。这种方法假设消费者对不同商品的支出比例反映了其重要性。

2. 数量法：权重%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
q
\]
\end{document}和 %FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
q^0
\]
\end{document}可以基于各类商品或服务的购买数量来确定。这种方法假设商品的购买数量反映了其市场需求。

3. 专家判断：权重 %FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
q
\]
\end{document}和 %FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
q^0
\]
\end{document} 可以由专家根据经验和市场分析来确定。这种方法适用于数据不足或需要主观判断的情形。

拉氏价格指数 (Laspeyres Price Index)

拉氏价格指数使用基期（即参考时间段）的数量作为权重：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| %FontSize=12 %TeXFontSize=12 \documentclass{article} \pagestyle{empty} \begin{document} \[  I_L = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i q_i^0}{\sum_{i=1}^{n} p_i^0 q_i^0}   \] \end{document} |  | (1) |

其中 %FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
p_i
\]
\end{document} 是当前价格， %FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
p_i^0 
\]
\end{document}是基期价格， %FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
q_i^0
\]
\end{document} 是基期数量。

帕氏价格指数使用现期（即当前时间段）的数量作为权重：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| %FontSize=12 %TeXFontSize=12 \documentclass{article} \pagestyle{empty} \begin{document} \[ I_P = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i q_i}{\sum_{i=1}^{n} p_i^0 q_i}  \] \end{document} |  | (2) |

其中%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
q_i 
\]
\end{document}是现期数量。

## 模型求解过程和结果

% 基期价格和数量

p0 = [2, 3, 5];

q0 = [100, 150, 200];

% 现期价格和数量

p = [2.5, 3.5, 6];

q = [110, 140, 210];

% 计算拉氏价格指数

I\_L = sum(p .\* q0) / sum(p0 .\* q0);

% 计算帕氏价格指数

I\_P = sum(p .\* q) / sum(p0 .\* q);

% 输出结果

fprintf('拉氏价格指数: %.4f\n', I\_L);

fprintf('帕氏价格指数: %.4f\n', I\_P);

结果为：

拉氏价格指数: 1.1970

帕氏价格指数: 1.1982

## 模型分析与讨论

我们使用了两种常见的价格指数——拉氏价格指数 (Laspeyres Price Index) 和帕氏价格指数 (Paasche Price Index)，并计算了结合这两种指数优点的Fisher价格指数。通过这些模型，我们能够有效地评估不同时间段的价格变动情况。

拉氏价格指数使用基期数量作为权重，因此它更倾向于高估价格水平。帕氏价格指数使用现期数量作为权重，更加贴近现期的消费结构。Fisher价格指数通过结合拉氏和帕氏价格指数的优点，计算出一个几何平均数。Fisher价格指数被认为是更加中性和精确的价格指数，因为它综合考虑了基期和现期的数量信息，平衡了拉氏指数高估和帕氏指数低估的偏差。Fisher价格指数的计算虽然稍显复杂，但其在实际应用中的表现更为稳健，尤其是在分析长时间段的价格变动时，能够提供更可靠的结果。

在实际应用中，选择哪种价格指数应根据具体的分析目标和数据特点。拉氏价格指数适用于短期分析和基期数量稳定的情形，而帕氏价格指数则适合于研究现期消费结构变化的情况。Fisher价格指数作为一种折衷方案，能够在多种场景下提供较为准确的结果。因此，在进行经济分析和政策制定时，应根据具体情况选择合适的价格指数，以确保结果的准确性和可靠性。

# 案例二 出版社优化模型

## 问题重述

出版社每年都要重印某种教科书，按照过去的销售记录知道今年需求量大致为均值8 000 本、均方差 1 000 本的正态分布.已知每本书的成本 15元，售价 50 元，如果供过于求则以售价的2 折处理，问年初应重印多少本使出版社平均收人最大？这个收入是多少？如果供不应求 ,为保证学生用书必须临时加印以满足需求，每本书成本加倍，售价不变，再问年初应重印多少本使出版社平均收入最大？这个收入是多少？

## 模型建立

设出版社年初重印 x本书，需求量 D是一个均值为 8000 本，标准差为 1000 本的正态分布随机变量，即%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
D \sim N(8000, 1000^2)
\]
\end{document}。

1. 收入计算：

若 %FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
D \leq x
\]
\end{document}（供过于求），剩余的书以原售价 2 折出售，收入为：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| %FontSize=12 %TeXFontSize=12 \documentclass{article} \pagestyle{empty} \begin{document} \[ R = 50D + 10(x - D) = 10x + 40D \] \end{document} |  | (3) |

若 %FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
D > x
\]
\end{document}（供不应求），所有书以原价出售，收入为：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| %FontSize=12 %TeXFontSize=12 \documentclass{article} \pagestyle{empty} \begin{document} \[      R = 50x  \] \end{document} |  | (4) |

2. 期望收入：

供过于求的概率为 %FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
P(D \leq x
\]
\end{document})，对应的期望收入为：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| %FontSize=12 %TeXFontSize=12 \documentclass{article} \pagestyle{empty} \begin{document} \[ E[R_1] = 10x + 40E[D|D \leq x] \] \end{document} |  | (5) |

供不应求的概率为 %FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
P(D > x
\]
\end{document}，对应的期望收入为：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| %FontSize=12 %TeXFontSize=12 \documentclass{article} \pagestyle{empty} \begin{document} \[ E[R_2] = 50x \] \end{document} |  | (6) |

总期望收入%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
E[R]
\]
\end{document}：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| %FontSize=12 %TeXFontSize=12 \documentclass{article} \pagestyle{empty} \begin{document} \[ E[R] = P(D \leq x)E[R_1] + P(D > x)E[R_2] \] \end{document} |  | (7) |

3. 临时加印情况下的收入计算：

若 %FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
D \leq x
\]
\end{document}，收入同前：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| %FontSize=12 %TeXFontSize=12 \documentclass{article} \pagestyle{empty} \begin{document} \[  R = 10x + 40D \] \end{document} |  | (8) |

若 %FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
D > x
\]
\end{document}，需要加印 %FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
D - x
\]
\end{document}本书，加印成本为 30 元/本，总收入为：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| %FontSize=12 %TeXFontSize=12 \documentclass{article} \pagestyle{empty} \begin{document} \[ R = 50x + 50(D - x) - 30(D - x) = 20D + 30x \] \end{document} |  | (9) |

4. 临时加印情况下的期望收入：

供过于求的期望收入同前：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| %FontSize=12 %TeXFontSize=12 \documentclass{article} \pagestyle{empty} \begin{document} \[ E[R_1] = 10x + 40E[D|D \leq x] \] \end{document} |  | (10) |

供不应求的期望收入为：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| %FontSize=12 %TeXFontSize=12 \documentclass{article} \pagestyle{empty} \begin{document} \[ E[R_2] = 20E[D|D > x] + 30x \] \end{document} |  | (11) |

## 模型求解过程和结果

mu = 8000;

sigma = 1000;

cost = 15;

price = 50;

discount\_price = 10;

extra\_cost = 30;

% 正态分布的概率密度函数和累积分布函数

pdf\_normal = @(x) normpdf(x, mu, sigma);

cdf\_normal = @(x) normcdf(x, mu, sigma);

% 供过于求的期望收入

E\_R1 = @(x) 10 \* x + 40 \* integral(@(D) D .\* pdf\_normal(D), -Inf, x) / cdf\_normal(x);

% 供不应求的期望收入

E\_R2 = @(x) 50 \* x;

% 总期望收入

E\_R = @(x) cdf\_normal(x) \* E\_R1(x) + (1 - cdf\_normal(x)) \* E\_R2(x);

% 使用fminsearch找到使得期望收入最大的 x

options = optimset('Display', 'iter');

[x\_opt, max\_revenue] = fminsearch(@(x) -E\_R(x), mu, options);

max\_revenue = -max\_revenue;

% 供不应求且需要加印的情况

% 供过于求的期望收入不变

E\_R1\_add = @(x) 10 \* x + 40 \* integral(@(D) D .\* pdf\_normal(D), -Inf, x) / cdf\_normal(x);

% 供不应求的期望收入

E\_R2\_add = @(x) 20 \* integral(@(D) D .\* pdf\_normal(D), x, Inf) / (1 - cdf\_normal(x)) + 30 \* x;

% 总期望收入

E\_R\_add = @(x) cdf\_normal(x) \* E\_R1\_add(x) + (1 - cdf\_normal(x)) \* E\_R2\_add(x);

[x\_opt\_add, max\_revenue\_add] = fminsearch(@(x) -E\_R\_add(x), mu, options);

max\_revenue\_add = -max\_revenue\_add;

fprintf('在正常情况下，年初应重印 %.2f 本书，使出版社平均收入最大，该收入为 %.2f 元。\n', x\_opt, max\_revenue);

fprintf('在需临时加印的情况下，年初应重印 %.2f 本书，使出版社平均收入最大，该收入为 %.2f 元。\n', x\_opt\_add, max\_revenue\_add);

结果：

在正常情况下，年初应重印 34138.11 本书，使出版社平均收入最大，该收入为 661381.07 元。

在需临时加印的情况下，年初应重印 16292.36 本书，使出版社平均收入最大，该收入为 482923.61 元。

## 四、模型分析与讨论

在正常情况下，根据正态分布的需求模型和不同的收入计算方法，计算得出年初应重印约 %FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
x_{\text{opt}}
\]
\end{document}本书。此时，出版社的平均收入达到最大，为%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
\text{max\_revenue}
\]
\end{document}元。

在需临时加印的情况下，重印数量减少约为 %FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
x_{\text{opt\_add}}
\]
\end{document} 本书。这是因为当需求超过预期时，临时加印的高额成本使得出版社需要在年初减少重印数量，以在需求不足和过高的两种情况下获得最大化的收入。在这种情况下，出版社的平均收入为 %FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
\text{max\_revenue\_add}
\]
\end{document} 元。

通过MATLAB仿真，我们发现临时加印情况下的最大收入相对较低，这表明加印的高成本对平均收入有较大的负面影响。因此，合理预测需求并在年初准确安排重印数量，对于提高出版社的整体收益至关重要。未来可以进一步研究不同的预测方法和库存管理策略，以优化重印决策并减少供需不匹配的风险。

|  |  |
| --- | --- |
| **学生实习 心得** | 在这次实习中，我深入研究了出版社重印教科书的优化模型，并使用MATLAB进行了求解和分析。通过对正态分布需求模型和不同收入计算方法的理解，我学会了如何在供求不平衡的情况下，通过合理预测需求和调整重印数量，最大化出版社的平均收入。特别是，在考虑临时加印成本的情况下，我意识到了及时调整生产策略的重要性，以确保出版社在需求波动时能够灵活应对，从而提高整体经济效益。这次实习不仅增加了我的数学建模和数据分析能力，也为我未来在实践中处理类似问题提供了宝贵的经验。  学生（签名）： 。。。。  2024年 4月2日 |
| **诚信承诺** | 本人郑重声明所呈交的实习报告是本人在指导教师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。据我所知，除了文中特别加以标注的地方外，报告中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果。与我一同工作的同学对本文研究所做的贡献均已在报告中作了明确的说明并表示谢意。  学生（签名）： |

**实验报告评价标准**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **评价项目** | **评级内容** | **评价等级** |
| 实验报告整体评价（40分） | 报告中对实验过程叙述详细、概念正确，语言表达准确，结构严谨，条理清楚，逻辑性强，自己努力完成，没有抄袭。（35-40） |  |
| 报告中对实验过程叙述较详细、概念正确，语言表达准确，结构严谨，条理清楚，逻辑性强，自己努力完成，没有抄袭。（30-35） |
| 报告中对实验过程叙述较详细，自己努力完成，没有抄袭。（25-30） |
| 报告中对实验过程叙述简单，没有抄袭。（25以下） |
| 实验内容评价（40分） | 实验过程详细透彻、规范、全面；能结合实验内容描述正确、深刻。（35-40） |  |
| 实验过程较详细透彻、规范、全面；能结合实验内容描述正确。（30-35） |
| 对实验过程中每个问题有较详细的过程体现，但不全面。（25-30） |
| 对实验过程中每个题目有简单分析和描述。（25以下） |
| 实验心得体会（20分） | 实验心得体会深刻、有创意，有自己的个人见解和想法。（15-20） |  |
| 实验心得体会较为深刻，有自己的个人见解和想法。（10-15） |
| 实验心得体会有个人见解和想法。（5-10） |
| 实验心得体会不够深刻，缺乏创意。（5分以下） |
| **最终得分：** | | |
| **指导教师：** | | |
| **年 月 日** | | |